SOLUZIONI GARA BIENNIO

1) C . Infatti $2000\cdot\frac{100}{5}\cdot\frac{100}{80}=50000$

2) A . Infatti dovrebbe impiegarci 30 minuti che ha già superato per percorrere i primi 25 Km .

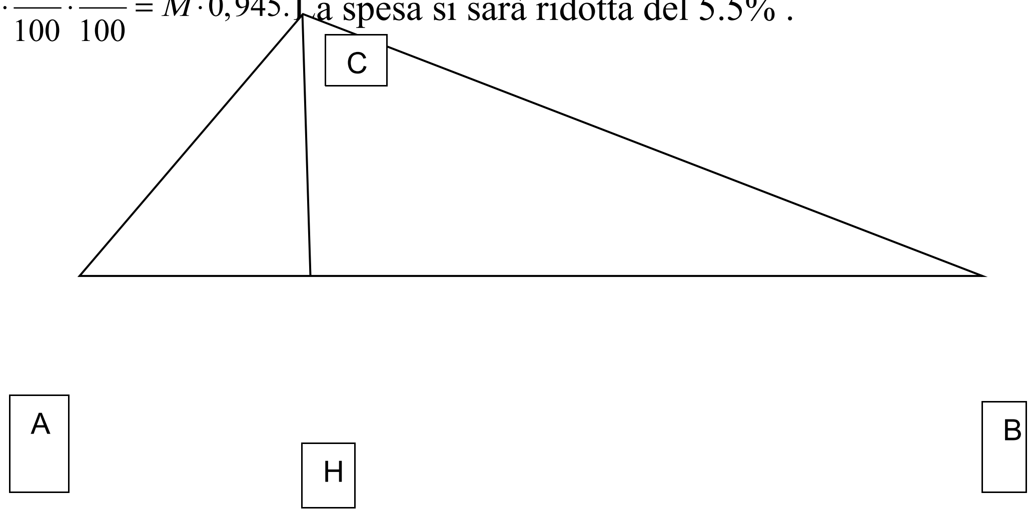
3) B . $n+\frac{n}{3}+\frac{n}{6}\leq 2008; \frac{6n+2n+n}{6}\leq 2008; 9n\leq 12048 \Rightarrow n\leq 1338$

4) A . Gli amici offrono la cena pagando i 24 € di Pietro e Paolo con 4€ ciascuno in più . Quindi n=24:4=6 .

5) A . Se M è il monte stipendi prima dei tagli , Dopo i tagli il monte salari sarà :

$M' = M\cdot\frac{135}{100}\cdot\frac{70}{100} = M\cdot 0,945.$ La spesa si sarà ridotta del 5.5% .

6) C.



Il triangolo AHC è simile al triangolo ACB , quindi AH=(7/24)CH . Posto CH=x , si ha

$$x^2+\frac{49}{576}x^2=49 \text{ (teorema Pitagora)}. \Rightarrow \frac{625}{576}x^2=49; \frac{25}{24}x=7; x=\frac{168}{25}.$$

$$AH=\frac{7}{24}x=\frac{7}{24}\cdot\frac{168}{25}=\frac{49}{25}. p=7+\frac{168}{25}+\frac{49}{25}=\frac{392}{25}.$$

7) D . In ogni istante la madre avrà percorso il doppio della strada del figlio . Quando si incontreranno la madre avra percorso i (2/3)del tragitto e il figlio (1/3) .

8) A. Il segmento che unisce i centri di due cerchi collocati su vertici opposti del quadrato assegnato misura 2 volte il diametro ed è la diagonale di un quadrato

il cui lato misura 40 – 1 diametro . $\sqrt{2}(40-d)=2d.$ Questa equazione risolta dà la risposta A .

9) C. I numeri di quattro cifre che iniziano con 5 e che presentano le cifre dallo 0 al 4 negli altri posti sono 5x5x5=125. I numeri che presentano 5 in una posizione che non sia la prima sono 3x4x5x5=300 . il totale dei numeri cercati è 425 .

10) B.Ho cercato di fare il disegno , ma ho avuto difficoltà . Fidatevi .

11) D . $x^2+2xy+y^2-z^2=9 \Leftrightarrow (x+y)^2-z^2=9$; l'unica possibilità , essendo x, y e z naturali non nulli , è che si abbia $(x+y)^2=25 e z^2=16$. Quindi x+y=5 z=4 . Pertanto le terne ordinate sono : (1,4,4);(4,1,4);(2,3,4);(3,2,4) .

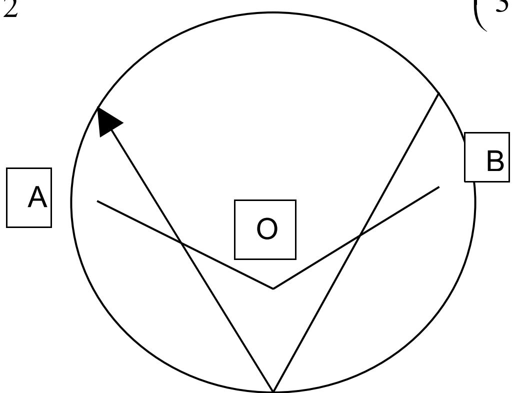
12) C . $0.\overline{60}+0.\overline{70}=\frac{60}{99}+\frac{70}{99}=\frac{130}{99}=1.\overline{31}.$

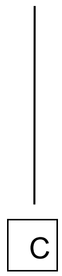
13)C . Infatti i multipli di 5 fino a 1000 sono 200 ; i multipli di 7 142 ; dalla somma dobbiamo togliere quelli che sono multipli sia di 5 che di 7 , cioè i multipli di 35 , che sono 28 . 200+142-28=314 .

14) E . Se tutte le palline fossero marcate "0" , la condizione sarebbe soddisfatta . Se ci fosse una sola pallina non marcata zero la condizione non sarebbe soddisfatta . Se ci due palline fossero marcate con uno stesso numero diverso da "0" la condizione sarebbe soddisfatta . Con un numero di palline non marcate "0" ≥ 3 dovremmo avere dovrebbe essere= alla somma di tutte le altre , condizione contraddittoria . Quindi ciò che possiamo inferire è che le palline marcate "0" devono essere almeno 18 .

15) C . Si evince facilmente dalla figura

16) A . L'area è uguale aquella del settore circolare più quella dei due triangoli . Il settore è un terzo del cerchio ($\frac{\pi}{3}r^2$) , ognuno dei triangoli è equivalente a un triangolo equilatero con lato uguale al raggio . L'area complessiva dei due è $\frac{\sqrt{3}}{2}r^2$. Quindi l'area cercata è $25\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$




C

17) D . Dai dati risulta che vi sono due caselle per arrivare all'ultima della seconda colonna , che sarà quindi la 40 . ogni riga e ogni colonna hanno pertanto 20 caselle 20x20=400 .

18) B . L'area del rettangolo AFED è la metà dell'area del rettangolo FBCE . Quindi (DC/DE)=3 (F è la proiezione di E sul lato AB).

19)E . Evidente

20)D. Cisono 15 possibili scelte per la squadra "a" , 14 per la "b" , 13 per la "c" . Quindi i modi sono 15x14x13=2730.

Soluzioni per il triennio

1) C . Come 2) del biennio.

2) B . Come 3) del biennio.

3) A. Come 4) del biennio.

4) A. Come 5) del biennio.

5) C. Come 6) del biennio.

6) D .Intanto il discriminante è positivo per ogni valore di b , quindi l'equazione ha sempre due soluzioni reali . Perché si abbiano coppie di soluzioni intere dovrà essere $x^2+bx-16=(x-x_1)\cdot(x-x_2)$, con $x_1x_2=-16$ e $x_1+x_2=-b$. Soluzioni : b=0 ; b=6 ; b=-6 ; b=15 ; b=-15 .

7) E . La distanza minima è quella tra i punti in cui la congiungente i centri interseca le due circonferenze .Essa è pari alla distanza tra i centri meno la somma dei raggi .

8) B .
$S_n = n+2n+3n+...........+10; S_{n+1} = (n+1)+(2n+2)+(3n+3)+.........+(10n+10) = S_n + S_1$
Quindi $S_1+S_2+........+S_{10} = S_1+2S_1+..........+10S_1 = S_1(1+2+....+10) = S_1^2 = 55^2 = 3025$

9) B. Indichiamo con a e b due lati adiacenti disuguali del quadrilatero . Poiché AC è un diametro , a e b sono i due cateti di un triangolo rettangolo (triangolo inscritto in una semicirconferenza) . Pertanto axb=48 , a+b=14. Risolvendo il sistema si ha a=6 , b=8 . Ricaviamo AC (diametro) con Pitagora : AC=10 . r=5 .

10) E . E' facile verificare che a_n(termine ennesimo della successione data)$=2^{n-3}$. Pertanto $a_{15}=2^{12}=4096$.

11) B . $45+29\sqrt{2}=\left(m+n\sqrt{2}\right)^3 = m^3+3\sqrt{2}m^2n+6mn^2+2\sqrt{2}n^3$. Da cui
$6027n<6024n+6024; 3n<6024; n<2008$. operando sulla seconda equazione
$n\left(2n^2+3m^2\right)=29$. Poiché 29 è primo , si avrà n=1 , da cui , sostituendo nell'equazione

$3m^2=27 \Rightarrow m=3 \Rightarrow m+n=4$.

12) A . 2008 è preceduto da 13 numeri : 2008-13=1995 .

13) D . Data la positività di n+1 risolviamo
$6027n < 6024n + 6024; 3n < 6024; n < 2008$, quindiN=2007 (somma cifre 9).

14)D. Come 11) del biennio.

15) C. Come 13) del biennio.

16)E. Come 14) del biennio.

17) C. Come 15) del biennio.

18) E. Consideriamo le 9 decine di numeri a due cifre ; la prima di queste dà come somma 145 . inotre la somma della decina successiva è pari alla somma della decina precedente aumentata di 100 . Abbiamo 145x9+100+200+….+800. Aquesto risultato sottrarremo la somma 11+22+…+99 .
S=1305+3600-495=4410 .

19)A. Come 16) del biennio.

20)D. Come 17) del biennio.

21)E . E' ovvio .

22) D. Come 20) del biennio.

23) B . Se da ogni vertice tracciamo la bisettrice , i punti più vicini ai lati gialli sono quelli interni ai due triangoli aventi come base i lati gialli e come terzo vertice le intersezioni delle bisettrici adiacenti alle basi . L'unione di questi due triangoli dà un quadrato la cui diagonale è 24 . Pertanto la sua area è 288 .

24)C . E' complicato far la figura e non mi va di descrivere a parole .

25) B . 4 al centro e tutti 0 . Se esistesse un'altra matrice che rispondesse alla richiesta , ne esisterebbero altere 5 , quelle ottenute simmetrizzando rispetto alla riga centrale , alla colonna centrale , ad ognuna delle due diagonali , all'elemento centrale .