

*I Giochi di Archimede* - TRIENNIUM

19. November 2008

- Die Arbeit besteht aus 25 Aufgaben. Für jede Frage stehen fünf Antworten zur Auswahl; sie sind mit den Buchstaben A, B, C, D und E gekennzeichnet.
- Genau eine dieser Antworten ist richtig, die anderen 4 sind falsch. Jede richtige Antwort zählt 5 Punkte, jede falsche 0 Punkte, jede Frage ohne Antwort 1 Punkt.
- Für jede Aufgabe musst du den Buchstaben, der deiner Meinung nach zur richtigen Antwort gehört, in das unten stehende Raster eintragen. Lösungen oder Korrekturen sind NICHT erlaubt. DIE BENUTZUNG EINES TASCHEMRECHNERS IST NICHT GESTATTET.
- Für die gesamte Arbeit stehen dir 90 Minuten zur Verfügung. Gute Arbeit und gute Unterhaltung.

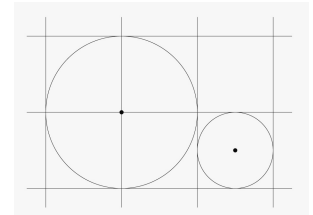
Vorname: \_\_\_\_\_ Nachname: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	

- Ein Rennfahrer will einen neuen Streckenrekord aufstellen. Dazu muss er auf der 50km langen Strecke eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 100km/h erreichen. Wegen technischer Probleme braucht er für die ersten 25km 40 Minuten. Mit welcher konstanten Geschwindigkeit muss er die restliche Strecke zurücklegen, um den Streckenrekord aufzustellen?  
(A) Keine Geschwindigkeit reicht dazu aus (B) 50km/h (C) 100km/h (D) 150km/h (E) 200km/h
- Albert, Barbara und Clara spielen auf einem großen Platz mit 2008 Kegeln. Albert wirft 3 Mal so viele Kegel um wie Barbara, die selbst doppelt so viele Kegel umwirft wie Clara. Wie viele Kegel kann Albert höchstens umgeworfen haben?  
(A) 1321 (B) 1338 (C) 1342 (D) 1353 (E) 1362
- Peter und Paul feiern mit Freunden in einer Pizzeria ihren Namenstag. Zum Schluss wird die Rechnung auf alle gleich aufgeteilt und jeder müsste 12 € bezahlen. Doch die Freunde beschließen, Peter und Paul einzuladen. Die Rechnung wird nur mehr auf die Freunde von Peter und Paul aufgeteilt (also auf alle Anwesenden außer Peter und Paul), und jetzt zahlt jeder von ihnen 16€. Wie viele Freunde von Peter und Paul sind anwesend?  
(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 16
- Auf Mars hat der Große Unterrichts-Kämmerer beschlossen, im nächsten Schuljahr die Zahl der Lehrer um 30% zu reduzieren und das Gehalt der verbleibenden Lehrer um 35%

zu erhöhen. Daher wird die Gesamtausgabe für die Lehrergehälter:  
(A) um 5,5% sinken (B) um 5% sinken (C) um 5% steigen (D) unverändert bleiben (E) um 7% steigen.

- Im rechtwinkligen Dreieck ABC ist die Kathete BC=7cm und die Kathete CA =24cm. H ist die senkrechte Projektion von C auf die Hypotenuse AB. Wie groß ist der Umfang des Dreiecks HBC?  
(A)  $\frac{262}{25} cm$  (B)  $\frac{501}{49} cm$  (C)  $\frac{392}{25} cm$  (D)  $\frac{801}{49} cm$  (E)  $\frac{412}{25} cm$
- Für wie viele verschiedene Werte der reellen Zahl b hat die Gleichung  $x^2 + bx - 16 = 0$  zwei reelle (eventuell zusammenfallende) Lösungen, die beide ganzzahlig sind?  
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
- Die kleinen Quadrate haben die Seitenlänge 2cm. In der nebenstehende Figur sind zwei Kreise eingezeichnet. Wie groß ist der minimale Abstand der beiden?  
(A)  $\sqrt{10} cm$  (B) 3cm (C)  $(\sqrt{10} + 3) cm$   
(D)  $(\sqrt{10} - 2) cm$  (E)  $(\sqrt{10} - 3) cm$
- Wir definieren für jede natürliche Zahl n den Ausdruck  $S_n$  als Summe der ersten 10 Vielfachen von n. Beispiel:  $S_2=2+4+6+8+10+12+14+16+18+20$ . Wie groß ist  $S_1+S_2+S_3+\dots+S_{10}$ ?  
(A) 2925 (B) 3025 (C) 3125 (D) 3225 (E) 3325
- Die Diagonalen des Vierecks ABCD sind senkrecht zueinander, es ist in den Kreis k mit Durchmesser AC eingeschrieben. Die Fläche des Vierecks beträgt  $48 cm^2$ , der Umfang 28cm. Wie groß ist der Radius des Kreises k?  
(A) 4cm (B) 5cm (C) 6cm (D) 7cm (E) 8cm
- Ein Schüler des Fibonacci hat sich folgende Zahlenfolge ausgedacht: Die erste Zahl ist 0, die zweite 1. Jede weitere Zahl (ab der dritten) ist gleich der Summe der vorhergehenden Zahlen (sie selbst nicht mitgezählt!). Wie lautet die 15. Zahl der Folge?  
(A) 377 (B) 2084 (C) 2584 (D) 3012 (E) 4096
- n und m sind zwei ganze, positive Zahlen, für die gilt:  $\sqrt[3]{45 + 29\sqrt{2}} = m + n\sqrt{2}$ . Wie groß ist m+n?  
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
- Das arithmetische Mittel von 27 aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen ist 2008. Wie groß ist die kleinste dieser Zahlen?  
(A) 1995 (B) 1997 (C) 1999 (D) 2001 (E) 2004



13. Sei  $N$  die größte unter den natürlichen Zahlen  $n$ , die folgende Ungleichung erfüllen:

$$\frac{n}{n+1} < \frac{6024}{6027}$$

Wie groß ist die Ziffernsumme von  $N$ ?

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

14. Wie viele verschiedene geordnete Tripel  $(x,y,z)$  aus ganzen positiven Zahlen (größer 0) gibt es, die Folgendes erfüllen?

$$x^2 + 2xy + y^2 - z^2 = 9$$

- (A) keines (B) zwei (C) drei (D) vier (E) mehr als sechs

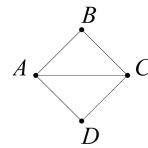
15. Wie viele ganze positive Zahlen gibt es, die ganzzahlige Vielfache von mindestens einer der Zahlen 5 oder 7 und kleiner oder gleich 1000 sind?

- (A) 288 (B) 302 (C) 314 (D) 342 (E) 382

16. Wir haben 20 Kugeln. Auf jeder ist eine ganze Zahl zwischen 0 und 10 geschrieben (0 und 10 inbegriffen). Die Zahl auf einer Kugel ist entweder 0 oder gleich der Summe der Zahlen, die auf den anderen Kugeln stehen. Die Anzahl der Kugeln, auf denen 0 steht, ist:

- (A) nicht größer als 5 (B) 10 (C) 13 (D) 16 (E) mindestens 18

17. Die Skizze rechts zeigt eine Siedlung: Die Punkte A, B, C und D sind Häuser, die Strecken sind Straßen. Von wie vielen Häusern kann man starten, um jede Straße ein Mal, und zwar genau ein Mal, zu verwenden, wobei man eventuell auch mehrmals an einem bestimmten Haus vorbeikommen kann?

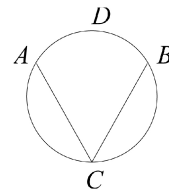


- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

18. Die Summe aller natürlichen zweistelligen Zahlen, die zwei verschiedene Ziffern haben, ist:

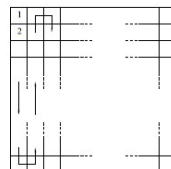
- (A) 3840 (B) 3960 (C) 4140 (D) 4260 (E) 4410

19. Der Radius des nebenstehenden Kreises beträgt 5cm. Außerdem teilen die Punkte A, B und C den Kreis in drei Bögen gleicher Länge. Berechne die Fläche, die eingeschlossen wird durch die Sehnen AC und BC sowie dem Bogen, der D enthält und die Endpunkte A und B hat.



- (A)  $25(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2})cm^2$  (B)  $25(\frac{\pi}{6} + \sqrt{3})cm^2$  (C)  $15(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2})cm^2$   
 (D)  $\frac{25\sqrt{3}}{2}cm^2$  (E)  $\frac{25}{2}(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2})cm^2$

20. Die Felder eines quadratischen Spielfeldes sind wie in der nebenstehenden Zeichnung durchnummeriert. In der zweiten Spalte ist das Feld Nummer 38 und in der dritten Spalte hat das Feld, das in der gleichen Reihe ist, die Nummer 43. Wie viele Felder hat das Spielbrett?



- (A) 144 (B) 160 (C) 225 (D) 400 (E) 625

21. Jedes Mal, wenn Agilulfo mit einer schlechten Note nach Hause kommt, bestraft ihn seine Mutter, falls sie daheim ist. Wir wissen, dass Agilulfo gestern nicht bestraft wurde. Welche Aussage ist sicher wahr?

- (A) Gestern hat Agilulfo eine schlechte Note bekommen.  
 (B) Gestern hat Agilulfo keine schlechte Note bekommen.  
 (C) Gestern war seine Mutter zu Hause.  
 (D) Gestern war seine Mutter nicht zu Hause.  
 (E) Keine der vorigen Aussagen ist sicher wahr.

22. Wir organisieren ein Fußballturnier für 3 Mannschaften mit 15 Spielern (Auswechselspieler mit eingerechnet). Die Spielernummern sind jeweils von 1 bis 15. Leider schneit es in der Nacht und der Platz muss von 3 Spielern vom Schnee geräumt werden. Von jeder Mannschaft wählen wir einen Spieler, wobei zwei Spieler nicht dieselbe Nummer haben dürfen. Auf wie viele verschiedene Arten können wir die Schneeräum-Mannschaft zusammenstellen?

- (A) 48 (B) 455 (C) 1125 (D) 2730 (E) 3375

23. Auf Karls Heft ist ein Rechteck mit zwei gelben Linien der Länge 24cm und zwei roten Linien der Länge 36cm gezeichnet. Karl malt jeden Punkt des Rechtecks in der Farbe der Linie an, die dem Punkt am nächsten ist. Wie groß ist die Fläche, die gelb angemalt ist?

- (A) 144cm<sup>2</sup> (B) 288cm<sup>2</sup> (C) 364cm<sup>2</sup> (D) 442cm<sup>2</sup> (E) 524cm<sup>2</sup>

24.  $K$  ist ein gerader Kreiskegel,  $Z$  ein gerader Kreiszylinder. Sie haben die gleiche Achse und stehen auf derselben Ebene. Die Grundfläche von  $K$  beträgt  $400\pi cm^2$ , der Radius des Zylindergrundkreises ist 10cm.  $K$  und  $Z$  haben die gleiche Höhe von 20cm. Wie viel Prozent des Volumens von  $K$  ist im Schnittkörper von  $K$  und  $Z$  enthalten?

- (A)  $20\sqrt{2}\%$  (B) 40% (C) 50% (D) 60% (E)  $50\sqrt{2}\%$

25. Hans möchte ein Quadrat aus 9 Feldern (3 pro Seite) zeichnen. In jedes Feld schreibt er eine Zahl, die 0, 1, 2, 3 oder 4 sein kann, sodass sowohl in jeder Diagonalen als auch in jeder Reihe und in jeder Spalte die Summe der Zahlen jeweils gleich 4 ist. Wie viele verschiedene Quadrate kann er aufschreiben?

- (A) keines (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4.