PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - BIENNIUM

19. November 2008

1. *Die Arbeit besteht aus 20 Aufgaben. Für jede Frage stehen fünf Antworten zur Auswahl; sie sind mit den Buchstaben A, B, C, D und E gekennzeichnet.*
2. *Genau eine dieser Antworten ist richtig, die anderen 4 sind falsch. Jede richtige Antwort zählt 5 Punkte, jede falsche 0 Punkte, jede Frage ohne Antwort 1 Punkt.*
3. *Für jede Aufgabe musst du den Buchstaben, der deiner Meinung nach zur richtigen Antwort gehört, in das unten stehende Raster eintragen. Löschungen oder Korrekturen sind NICHT erlaubt. DIE BENUTZUNG EINES TASCHENRECHNERS IST NICHT ERLAUBT.*
4. *Für die gesamte Arbeit stehen dir 90 Minuten zur Verfügung. Gute Arbeit und gute Unterhaltung.*

Vorname: _________________________ Nachname:_________________ Klasse: _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1. Auf dem Planeten Jupiter findet heute der „Große Marathonlauf“ statt. 80% der Bewohner des Planeten nehmen die 2008 km lange Strecke in Angriff. Nach 2 km ziehen sich 95% der Teilnehmer zurück, die restlichen 2000 Läufer erreichen das Ziel. Wie viele Einwohner hat Jupiter?
   (A) 20000 (B) 40000 (C) 50000 (D) 80000 (E) 100000

2. Ein Rennfahrer will einen neuen Streckenrekord aufstellen. Dazu muss er auf der 50km langen Strecke eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 100km/h erreichen. Wegen technischer Probleme braucht er für die ersten 25km 40 Minuten. Mit welcher konstanten Geschwindigkeit muss er die restliche Strecke zurücklegen, um den Streckenrekord aufzustellen?
   (A) Keine Geschwindigkeit reicht dazu aus (B) 50km/h (C)100km/h (D) 150km/h (E) 200km/h

3. Albert, Barbara und Clara spielen auf einem großen Platz mit 2008 Kegeln. Albert wirft 3 Mal so viele Kegel um wie Barbara, die selbst doppelt so viele Kegel umwirft wie Clara. Wie viele Kegel kann Albert höchstens umgeworfen haben?
   (A) 1321 (B) 1338 (C) 1342 (D) 1353 (E) 1362

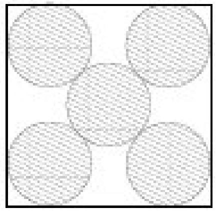
4. Peter und Paul feiern mit Freunden in einer Pizzeria ihren Namenstag. Zum Schluss wird die Rechnung auf alle gleich aufgeteilt und jeder müsste 12 € bezahlen. Doch die Freunde beschließen, Peter und Paul einzuladen. Die Rechung wird nur mehr auf die Freunde von Peter und Paul aufgeteilt (also auf alle Anwesenden außer Peter und Paul), und jetzt zahlt jeder von ihnen 16€. Wie viele Freunde von Peter und Paul sind anwesend?
   (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 16

5. Auf Mars hat der Große Unterrichts-Kämmerer beschlossen, im nächsten Schuljahr die Zahl der Lehrer um 30% zu reduzieren und das Gehalt der verbleibenden Lehrer um 35% zu erhöhen. Daher wird die Gesamtausgabe für die Lehrergehälter:
   (A) um 5,5% sinken (B) um 5% sinken (C) um 5% steigen (D) unverändert bleiben (E) um 7% steigen.

6. Im rechtwinkligen Dreieck ABC ist die Kathete BC=7cm und die Kathete CA =24cm. H ist die senkrechte Projektion von C auf die Hypotenuse AB. Wie groß ist der Umfang des Dreiecks HBC?
   (A) $\frac{262}{25}cm$ (B) $\frac{501}{49}cm$ (C) $\frac{392}{25}cm$ (D) $\frac{801}{49}cm$ (E) $\frac{412}{25}cm$

7. Peters Haus und seine Schule befinden sich an den beiden Enden einer geradlinigen Straße. Peters Mutter verlässt das Haus und geht Richtung Schule. Zum selben Zeitpunkt verlässt Peter die Schule und begibt sich nach Hause. Die Mutter geht doppelt so schnell (doppelte Geschwindigkeit) wie Peter. Welchen Bruchteil der Strecke Haus-Schule hat die Mutter zurückgelegt wenn sie ihrem Sohn begegnet?
   (A) 1/3 (B) 2/5 (C) 1/2 (D) 2/3 (E) 3/4

8. Mutter hat einen Teig in Form eines Quadrates ausgerollt. Eine Seite des Quadrates beträgt 40 cm. Aus diesem Quadrat sticht sie 5 gleich große kreisförmige Kekse aus (siehe Abbildung). Wie groß ist der Durchmesser eines Kekses?
   (A) $40\left(\sqrt{2}-1\right)$cm (B) $10\sqrt{2}$ cm (C) $20\left(\sqrt{2}-1\right)$cm (D) 16cm (E) $6\left(\sqrt{2}+1\right)$cm



9. Wie viele natürliche Zahlen, bestehend aus 4 Ziffern, gibt es, bei denen nur einmal und genau einmal die Ziffer 5 vorkommt und dabei 5 auch die größte Ziffer ist?
   (A) 225 (B) 400 (C) 425 (D) 525 (E) 600

10. In einem Quadrat ABCD mit Seitenlänge 1cm sind ein Punkt M auf der Seite BC und ein Punkt N auf der Seite CD gegeben, so dass BM = ND. Man weiß außerdem, dass

die Fläche des Dreiecks AMN gleich 4/9 cm^2 groß ist. Wie lang ist die Strecke ND?

(A) $\frac{1}{4}$ cm (B) $\frac{1}{3}$ cm (C) $\frac{1}{2}$ cm (D) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ cm (E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm

11. Wie viele verschiedene geordnete Tripel (x,y,z) aus ganzen positiven Zahlen (größer 0) gibt es, die Folgendes erfüllen?

$$x^2 + 2xy + y^2 - z^2 = 9$$

(A) keines (B) zwei (C) drei (D) vier (E) mehr als sechs

12. Wie groß ist $0,\overline{60}+0,\overline{70}$?

(A) $1,\overline{3}$ (B) $1,\overline{30}$ (C) $1,\overline{31}$ (D) $1,\overline{4}$ (E) $1,\overline{40}$

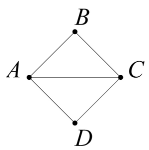
13. Wie viele ganze positive Zahlen gibt es, die ganzzahlige Vielfache von mindestens einer der Zahlen 5 oder 7 und kleiner oder gleich 1000 sind?

(A) 288 (B) 302 (C) 314 (D) 342 (E) 382

14. Wir haben 20 Kugeln. Auf jeder ist eine ganze Zahl zwischen 0 und 10 geschrieben (0 und 10 inbegriffen). Die Zahl auf einer Kugel ist entweder 0 oder gleich der Summe der Zahlen, die auf den anderen Kugeln stehen. Die Anzahl der Kugeln, auf denen 0 steht, ist:

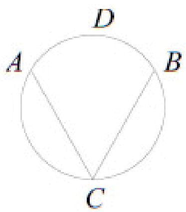
(A) nicht größer als 5 (B) 10 (C) 13 (D) 16 (E) mindestens 18

15. Die Skizze rechts zeigt eine Siedlung: Die Punkte A, B, C und D sind Häuser, die Strecken sind Straßen. Von wie vielen Häusern kann man starten, um jede Straße ein Mal, und zwar genau ein Mal, zu benützen, wobei man eventuell auch mehrmals an einem bestimmten Haus vorbeikommen kann?



(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D)3 (E) 4

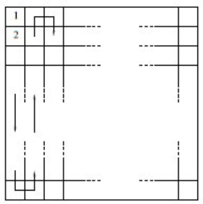
16. Der Radius des nebenstehenden Kreises beträgt 5cm. Außerdem teilen die Punkte A, B und C den Kreis in drei Bögen gleicher Länge. Berechne die Fläche, die eingeschlossen wird durch die Sehnen AC und BC sowie dem Bogen, der D enthält und die Endpunkte A und B hat.



(A) $25(\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2})cm^2$ (B) $25(\frac{\pi}{6}+\sqrt{3})cm^2$

(C) $15(\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2})cm^2$ (D) $\frac{25\sqrt{3}}{2}cm^2$ (E) $\frac{25}{2}(\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2})cm^2$

17. Die Felder eines quadratischen Spielfeldes sind wie in der nebenstehenden Zeichnung durchnummeriert. In der zweiten Spalte ist das Feld Nummer 38 und in der dritten Spalte hat das Feld, das in der gleichen Reihe ist, die Nummer 43.
Wie viele Felder hat das Spielbrett?



(A) 144 (B) 160 (C) 225 (D) 400 (E) 625

18. In einem Rechteck ABCD sei E ein Punkt auf der Seite CD. Die Fläche des Dreiecks ADE ist 1/5 der Fläche des Trapezes ABCE. Berechne das Verhältnis zwischen der Länge der Strecke DC und der Länge der Strecke DE.

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

19. Ein mit einer Fernsehkamera ausgestatteter Satellit wird auf den Planeten „Warze“ geschickt. Dank der Aufnahmen kann man sagen, dass folgende Aussage falsch ist: „Auf „Warze“ sind alle fett und dreckig“. Also wissen wir jetzt,

(A) dass auf Warze mindestens ein Bewohner mager und sauber ist.
(B) dass auf Warze alle Bewohner mager und sauber sind.
(C) dass mindestens ein Bewohner mager ist.
(D) dass mindestens ein Bewohner sauber ist.
(E) falls auf Warze alle dreckig sind, mindestens einer von ihnen mager ist.

20. Wir organisieren ein Fußballturnier für 3 Mannschaften mit 15 Spielern (Auswechselspieler mit eingerechnet). Die Spielernummern sind jeweils von 1 bis 15. Leider schneit es in der Nacht und der Platz muss von 3 Spielern vom Schnee geräumt werden. Von jeder Mannschaft wählen wir einen Spieler, wobei zwei Spieler nicht dieselbe Nummer haben dürfen. Auf wie viele verschiedene Arten können wir die Schneeräum-Mannschaft zusammenstellen?

(A) 48 (B) 455 (C) 1125 (D) 2730 (E) 3375