Mathematik- Olympiade
Biennium
22. November 2006

1) *Die Arbeit besteht aus 20 Aufgaben. Für jede Frage stehen fünf Antworten zur Auswahl; sie sind mit den Buchstaben A, B, C, D und E gekennzeichnet.*
2) *Genau eine dieser Antworten ist richtig, die anderen 4 sind falsch. Jede richtige Antwort zählt 5 Punkte, jede falsche 0 Punkte, jede Frage ohne Antwort 1 Punkt.*
3) *Für jede Aufgabe musst du den Buchstaben, der deiner Meinung nach zur richtigen Antwort gehört, in das unten stehende Raster eintragen. Löschungen oder Korrekturen sind NICHT erlaubt. DIE BENUTZUNG EINES TASCHENRECHNERS IST NICHT GESTATTET.*
4) *Für die gesamte Arbeit stehen dir 90 Minuten zur Verfügung. Gute Arbeit und viel Vergnügen!*

Vorname: _________________________ Nachname: ________________________ Klasse: ___________________

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1) Die Summe aus zwei Zahlen a und b ist gleich Null. Wenn man weiß, dass es eine Zahl c gibt, sodass $a = \frac{c}{2}$ und $b = -\frac{c}{3}$, welchen Wert hat dann die Zahl a?

(**A**) -6 (**B**) -3 (**C**) -2 (**D**) 0 (**E**) 2

2) Claudia hat den Anfangsbuchstaben ihres Namens aufs Heft gezeichnet, ein C. Dazu hat sie einen Kreisring mit dem inneren Radius 1 cm und dem äußeren Radius 4 cm genau in der Mitte geteilt. Wie lang ist der Umfang dieses Buchstabens C?

(**A**) 5 cm (**B**) 5π cm (**C**) $(6+5\pi)$ cm (**D**) $(5+6\pi)$ cm (**E**) $(6+10\pi)$ cm

3) Wie viele positive Teiler hat die Zahl $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$? (Zu den Teilern gehören auch 1 und die Zahl selbst!)

(**A**) 4 (**B**) 8 (**C**) 10 (**D**) 12 (**E**) 16

4) Paul hat beim Einkauf eines Gegenstandes 15 % Skonto auf den ursprünglichen Preis erhalten und hat $106{,}25$ Euro bezahlt. Wie hoch war der ursprüngliche Preis?

(A) Weniger als 123 Euro **(B)** 124 Euro **(C)** 125 Euro **(D)** 127 Euro **(E)** Mehr als 128 Euro

5) Simon schreibt die Zahl 3 an die Tafel, löscht sie wieder und ersetzt sie durch ihre Quadratzahl, nämlich 9; dann löscht er die Zahl 9 und ersetzt sie durch ihr Quadrat, nämlich 81. Diesen Vorgang wiederholt er insgesamt 2006 mal: jedes Mal ersetzt er die geschriebene Zahl durch ihr Quadrat. Wie lautet die Einerziffer der letzten aufgeschriebenen Zahl?

(**A**) 1 (**B**) 3 (**C**) 5 (**D**) 7 (**E**) 9

6) In einem Rechteck mit dem Flächeninhalt $150\,m^2$ ist die Länge $\frac{3}{2}$ mal so groß wie die Breite. Wie groß ist der Umfang dieses Rechteckes?

(**A**) 50 m (**B**) 54 m (**C**) 60 m (**D**) 64 m (**E**) 70 m

7) Wie viele Vielfache von 3 gibt es, welche größer gleich 2000 und kleiner gleich 4000 sind?

(**A**) 666 (**B**) 667 (**C**) 668 (**D**) 669 (**E**) 670

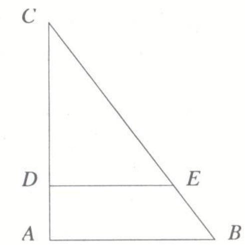
8) Ordne die drei Zahlen 3, $\sqrt{10}$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ der Größe nach

(**A**) $3 < \sqrt{10} < \sqrt{2}+\sqrt{3}$ (**B**) $\sqrt{2}+\sqrt{3} < 3 < \sqrt{10}$ (**C**) $\sqrt{10} < \sqrt{2}+\sqrt{3} < 3$

(**D**) $3 < \sqrt{2}+\sqrt{3} < \sqrt{10}$ (**E**) $\sqrt{2}+\sqrt{3} < \sqrt{10} < 3$

9) In der nebenstehenden Figur ist die Strecke $\overline{DE}$ parallel zur Strecke $\overline{AB}$. Man weiß, dass die Fläche des Dreiecks DEC $\frac{3}{4}$ der Fläche von ABC ausmacht.

Die Länge der Strecke $\overline{AC}$ beträgt 1m. Wie lang ist dann die Strecke $\overline{DC}$?



(**A**) $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$ m (**B**) $(2-\sqrt{3})$ m (**C**) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ m (**D**) $\frac{3}{4}$ m (**E**) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ m

10) In einem Sack befinden sich einige Kugeln. Maria sagt: „Im Sack befinden sich insgesamt drei Kugeln und diese sind schwarz". Lucia sagt: „Im Sack sind zwei rote und zwei schwarze Kugeln". Georg behauptet: „Im Sack befinden sich nur schwarze Kugeln". Wie viele Kugeln sind nun im Sack, wenn man weiß, dass nur einer von den dreien gelogen hat?
(**A**) eine (**B**) zwei (**C**) drei (**D**) vier (**E**) man kann die Anzahl nicht eindeutig bestimmen

11) Gegeben ist ein Quadrat $ABCD$. Verbindet man die Mittelpunkte der Seiten, so erhält man ein neues Quadrat mit den Eckpunkten $EFGH$. Verbindet man die Mittelpunkte der Seiten des Quadrates $EFGH$ so erhalten wir wieder ein neues Quadrat $A'B'C'D'$. Wie groß ist das Verhältnis zwischen der Fläche $ABCD$ und der Fläche $A'B'C'D'$?
(**A**) 2 (**B**) $2\sqrt{2}$ (**C**) 4 (**D**) $4\sqrt{2}$ (**E**) 8

12) Auf wie viele Arten kann man die Buchstaben L, A, P, I, S anordnen, wenn an der ersten und letzten Stelle ein Vokal stehen soll?
(**A**) 6 (**B**) 8 (**C**) 10 (**D**) 12 (**E**) 24

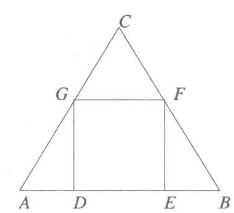
13) In einem Verein hat jedes Mitglied das Recht den Präsidenten zu wählen. Der amtierende Präsident hat doppelt so viele Stimmen erhalten wie sein einziger Gegenkandidat. Drei Mitglieder haben nicht gewählt. Wie viele Mitglieder hat der Verein insgesamt, wenn man weiß, dass der gewählte Präsident 64% der Stimmen aller Wahlberechtigten erhalten hat?
(**A**) 69 (**B**) 75 (**C**) 81 (**D**) 87 (**E**) 99

14) Die Zeilen und Spalten eines 8 X 8-Schachbretts sind jeweils von 1 bis 8 durchnummeriert. Markus legt auf jedes Feld des Schachbrettes Münzen und zwar nach folgender Regel: Er addiert die Zeilen- und Spaltennummer und legt so viele Münzen auf das betreffende Feld, wie die Summe ausmacht. Wie viele Münzen braucht er, um das ganze Brett nach dieser Methode zu belegen?
(**A**) 482 (**B**) 576 (**C**) 768 (**D**) 1024 (**E**) 1152

15) Onkel Dagoberts Vermögen wächst stündlich um 50%. Wenn Onkel Dagobert um 12 Uhr eines bestimmten Tages 64 Fantastilliarden besitzt, wie groß ist dann sein Vermögen um 16.00 Uhr des selben Tages?
(**A**) 192 Fantastilliarden (**B**) 256 Fantastilliarden (**C**) 324 Fantastilliarden
(**D**) 486 Fantastilliarden (**E**) 1024 Fantastilliarden

16) Von den 200 Schülern einer Schule haben 150 an einem Chemie-Wettbewerb teilgenommen, 130 an einem Physik-Wettbewerb. Wie viele Schüler haben an beiden Wettbewerben teilgenommen?
(**A**) 70 (**B**) 80 (**C**) 120 (**D**) 130
(**E**) Man kann die Anzahl aufgrund dieser Angaben nicht eindeutig bestimmen

17) In der nebenstehenden Figur ist das Dreieck ABC gleichseitig mit Seitenlänge 1 und das Viereck $DEFG$ ein Quadrat. Wie lang ist die Seite $\overline{DE}$?



(**A**) $\frac{1}{3}$ m (**B**) $\left(2\sqrt{3}-3\right)$ m (**C**) $\frac{1}{2}$ m
(**D**) $\frac{1+\sqrt{3}}{4}$ m (**E**) $\left(\sqrt{3}-1\right)$ m

18) Wir betrachten alle 4-stelligen Zahlen, welche aus den Ziffern 3, 4, 6 und 7 gebildet werden können. Die Ziffern können beliebig angeordnet werden, keine Ziffer darf sich aber wiederholen. Wie viele dieser 4-stelligen Zahlen lassen sich durch 44 teilen?
(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 3 (**E**) 4

19) Wenn x Lösung der Gleichung $\frac{x+1}{1}+\frac{x+2}{2}+\frac{x+3}{3}+....+\frac{x+100}{100}=100$ ist, gilt:

(**A**) $x=-2$ (**B**) $-1\leq x\leq 1$ (**C**) $x=\frac{3}{2}$ (**D**) $x=2$ (**E**) $x\geq 3$

20) W ist ein Würfel und K eine Kugel. Der Mittelpunkt der Kugel befindet sich in einem Eckpunkt des Würfels und der Radius ist gleich lang wie die Kante des Würfels. Das Volumen des Schnittkörpers zwischen Würfel und Kugel beträgt:
(**A**) ein Achtel des Volumens der Kugel (**B**) ein Viertel des Volumens der Kugel
(**C**) ein Sechstel des Volumens des Würfels (**D**) ein Viertel des Volumens des Würfels
(**E**) die Hälfte des Volumens des Würfels